

수학 영역(A형)

성명	
----	--

수험번호																			
------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('A'형 / 'B'형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

내 안에는 너로부터 도망갈 곳이 한 곳도 없구나.

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 유형('A'형 / 'B'형), 답을 정확히 표기하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

2015년 9월 19일 시행 Epsilon 모의고사 2회 (A형)

출제, 검토 및 편집

성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon

10학번 : 최원재

11학번 : 양종현

12학번 : 양한솔 황성문

13학번 : 김찬호 오인수 오현주

14학번 : 고정민 김민지 서재현 이다운 임현우

15학번 : 김효석 오민지 유정훈 이민욱 이상민 정다혜 최문영 최봉규

제 2 교시

Epsilon

수학 영역(A형)



성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1. $3^2 \times 9^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

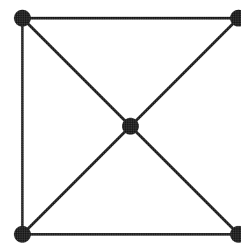
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 AB 의 $(1, 1)$ 의 성분이 10일 때, 상수 a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 + 3}{n^3 + 2n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [3점]



- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

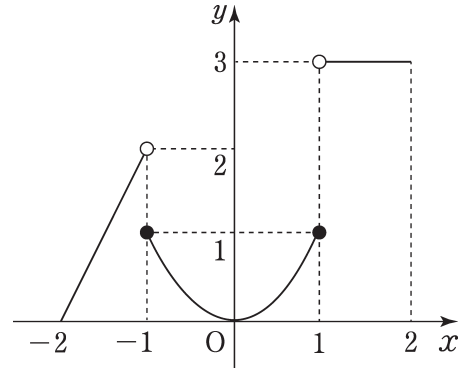
5. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 2$, $a_3 = 18$ 일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 54 ② 56 ③ 58 ④ 60 ⑤ 62

6. $\int_{-1}^1 (ax^2 + 2x) dx = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

7. 닫힌 구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 다항식 $(ax+1)^5$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 90일 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 2a & a+3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}$$

의 해가 $x=0, y=b$ 일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? [3점]

- ① -6 ② -2 ③ 2 ④ 6 ⑤ 10

10. 혼합 용액에서 특정한 성분에 관한 활동도를 λ , 혼합 상태에서의 화학 퍼텐셜을 μ , 단독 상태에서의 화학 퍼텐셜을 μ_0 , 절대온도를 $T(K)$ 라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\log \lambda = \frac{\mu - \mu_0}{kT} \quad (\text{단, } k \text{는 상수이다.})$$

혼합 용액 A, B의 성분 X에 관한 활동도가 각각 λ_A, λ_B 이고, 절대온도가 각각 200 K, 300 K일 때, 혼합 상태에서의 화학 퍼텐셜이 각각 μ_A, μ_B , 단독 상태에서의 화학 퍼텐셜이 각각 $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ 이다. $\mu_A = \frac{2}{3}\mu_B$ 일 때, $\frac{\lambda_A}{\lambda_B}$ 의 값은? [3점]

- ① $10^{-\frac{1}{2}}$ ② $10^{-\frac{1}{4}}$ ③ 1 ④ $10^{\frac{1}{4}}$ ⑤ $10^{\frac{1}{2}}$

11. 공비가 $\frac{2}{3}$ 인 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 9, \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n = 15$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ 의 값은? [3점]

- ① 27 ② 54 ③ 81 ④ 108 ⑤ 135

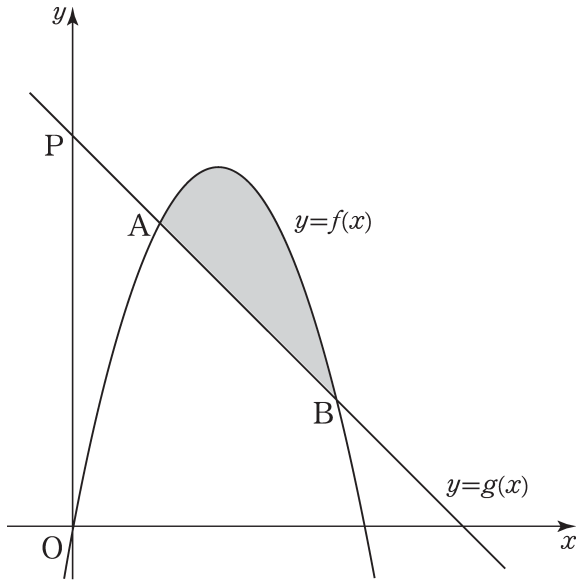
12. 어느 자판기의 하루 콜라 판매량은 평균이 56 캔, 표준편차가 4 캔인 정규분포를 따른다고 한다. 이 자판기의 콜라 한 캔의

가격이 700 원일 때, 이 자판기에서 하루 동안 콜라를 판매하여 얻은 총 금액이 42000 원 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.3085 ② 0.1587 ③ 0.1056 ④ 0.0668 ⑤ 0.0228

[13~14] 그림과 같이 양의 실수 k 에 대하여 두 함수 $f(x) = -x^2 + 5x$ 와 $g(x) = -x + k$ 의 그래프가 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. $k=8$ 일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=g(x)$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

14. 직선 $y=g(x)$ 가 y 축과 만나는 점을 P라 할 때, 세 선분 PA, AB, PB의 길이가 차례대로 등차수열을 이룬다. $4k$ 의 값은? (단, $\overline{PA} < \overline{PB}$) [4점]

- ① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

15. 지수부등식 $4^x + a \cdot 2^x + b < 0$ 의 해가 $-1 < x < 0$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① -1 ② $-\frac{5}{4}$ ③ $-\frac{3}{2}$ ④ $-\frac{7}{4}$ ⑤ -2

16. 두 사건 A 와 B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cup B^C) = \frac{7}{12}$$

일 때, $P(B|A^C)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

17. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n$

일 때, $\sum_{k=2}^{10} \frac{1}{a_{k-1}a_k}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{21}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{2}{7}$
 ④ $\frac{10}{21}$ ⑤ $\frac{20}{21}$

18. 어느 가게에서는 다음과 같은 5가지 초콜릿을 판매하고 있다.

(단위: 원)

종류	A	B	C	D	E
가격	200	200	400	400	200

1000 원을 남김없이 사용하여 초콜릿을 사는 경우의 수는?

(단, 각 종류의 초콜릿은 5개 이상씩 있고, 각 종류의 초콜릿을 하나도 사지 않을 수 있다.) [4점]

- ① 35 ② 40 ③ 45 ④ 50 ⑤ 55

19. 다항함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 y 축에 대하여 대칭이고, 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = x^3 + 2x \int_0^1 f(t) dt - 4 \int_{-1}^0 f(t) dt + k$$

을 만족시킬 때, $f(2)+k$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

20. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 - 2BA = E, \quad A^2 - 2B^2 = AB$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A-2B$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB=BA$

ㄷ. $3A^2=E$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 최고차항의 계수가 양수이고, $f'(3) = -6$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 부등식 $f(x) \leq f(t)$ 를 만족하는 실수 x 의 최댓값을 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 $t=1$ 에서만 불연속이고 $g(1) = 4$ 이다. $f'(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 10x + 9}{x + 1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax & (x \neq 3) \\ 3b & (x = 3) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 a, b 의 합 $a+b$ 를 구하시오. [3점]

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = 4, \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n^2 = 9, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)^2 = 49$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{5}\right)$ 을 따르고 $E(10X+8) = 40$ 일 때, $V(5X)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 속도 $v = 4t - a$ 이고, $t = 2$ 일 때 점 P의 운동방향이 바뀐다. $t = 5$ 일 때, 원점과 점 P 사이의 거리를 구하시오.

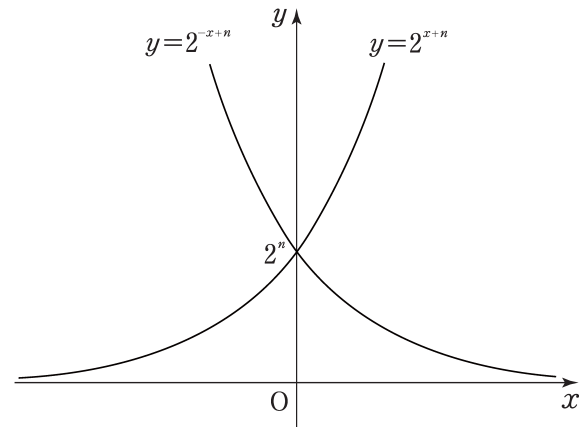
(단, a 는 상수이다.) [4점]

27. 닫힌 구간 $[-3, 3]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \frac{1}{k}(|x-3|)^2 \quad (k > 0)$$

이다. $kP(0 \leq X \leq 3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 자연수 n 에 대하여 두 곡선 $y=2^{-x+n}$, $y=2^{x+n}$ 의 그래프가 다음과 같다.



x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점 중에서 세 부등식 $y \leq 2^{-x+n}$, $y \leq 2^{x+n}$, $y > 0$ 을 동시에 만족시키는 영역에 속하는 점의 개수를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{2^n}$ 의 값을 구하시오.

[4점]

29. 다항함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x) = (-x+2)f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+2}{x-1}$ 의 값이 존재한다.
 (나) $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 $x=1$ 에서의 접선의 기울기가 서로 수직이다.

곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(1, g(1))$ 에서의 접선이 점 $(6, a)$ 를 지날 때, $40a$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 4 이상의 자연수 n 에 대하여 연속함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(0) = -1$
 (나) $0 \leq k < n$ 인 각각의 정수 k 에 대하여
 $f(t+k) = -n^t + 1 + f(k)$ ($0 < t \leq 1$)
 또는
 $f(k+t) = nt + f(k)$ ($0 < t \leq 1$)
 이다.

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 구간 $[0, n]$ 에서 직선 $y=x$ 와 만나는 점의 개수가 최대일 때, $f(n)$ 의 값을 a_n 이라 하자. $a_8 \times a_{13}$ 의 값을 구하시오. [4점]