

제 2 교시

2024학년도 대학수학능력시험 김성민 모의고사_3월 전국연합학력평가 대비

수학 영역

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.
- 남들보다 더하기만 하면 뺀이 없어도 돼**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 답을 정확히 표시하시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

- ※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.
- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
- 미적분** 9~12쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

김성민 수학 연구소

제 2 교시

수학 영역

3월 전국연합학력평가 대비

5지선다형

1. $\frac{2^{\sqrt{3}+1}}{2^{\sqrt{3}-1}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+4x+3}-x)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 공비가 1보다 큰 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2 a_4 = 9, \quad a_2 + a_4 = \frac{15}{2}$$

를 만족시킬 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

4. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x+1)f(x)$$

라 하자. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x-1} = 3$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

5. 직선 $y=2x+1$ 과 수직인 직선이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \pi$) [3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ $-\frac{1}{5}$
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

6. 함수 $f(x)=2x^3-9x^2+12x+a$ 의 극댓값이 10일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -1 ③ 2 ④ 5 ⑤ 8

7. x 에 대한 방정식

$$x^n + \log_3(n+1) = 2$$

이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합은? [3점]

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

8. 곡선 $y = x^3 - 3x^2 + 2$ 와 직선 $y = -2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 6 ② $\frac{27}{4}$ ③ $\frac{15}{2}$ ④ $\frac{33}{4}$ ⑤ 9

9. 함수 $f(x) = 2\cos\left(\frac{\pi}{2a}x\right)$ ($a > 0$)의 그래프 위의 세 점

$$A(0, 2), B(2a, f(2a)), C(4a, f(4a))$$

에 대하여 삼각형 ABC의 넓이가 32일 때, 직선 BC의 기울기는? [4점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

10. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)+2}{x-1} & (x < 1) \\ x^3 - 3x^2 - x & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $g(-5)$ 의 값은? [4점]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

11. $a_1 = 1, a_2 = \sqrt{2}$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+2} = \sqrt{2} a_{n+1}$$

이다. $\left| \sum_{k=1}^m a_k \right| \leq 1$ 를 만족시키는 30 이하의 자연수 m 의 개수는?

[4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

12. 원점을 지나는 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

(가) $-1 < x_1 < x_2 < 3$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여

$$\int_{-1}^{x_1} f(t)dt > \int_{-1}^{x_2} f(t)dt \text{ 이다.}$$

(나) $\int_{-1}^x f(t)dt$ 가 $x=3$ 에서 최솟값 -32 를 갖는다.

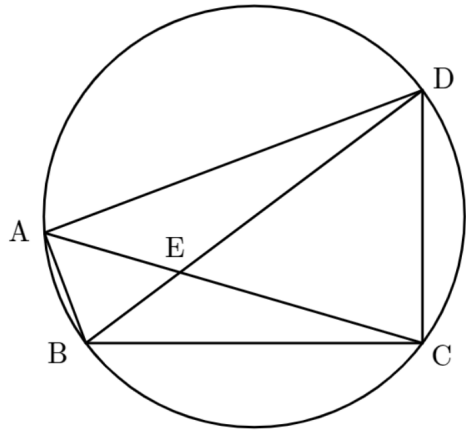
- ① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

13. 그림과 같이 한 원에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여 두 선분 AC, BD가 만나는 점을 E라 하자.

$$\overline{AB}=5, \overline{AE}=6, \angle BCD = \frac{\pi}{2}, \cos(\angle AEB) = \frac{3}{5}$$

일 때, 선분 CE의 길이는? (단, $\overline{BE} > 3$) [4점]

- ① $\frac{21}{2}$ ② $\frac{53}{5}$ ③ $\frac{32}{3}$ ④ $\frac{75}{7}$ ⑤ $\frac{43}{4}$



14. $f(0)=32$ 이고 최고차항의 계수가 -1 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} -1 & (f'(x) < 0) \\ 0 & (f'(x) = 0) \\ 1 & (f'(x) > 0) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a^-} h(x) \times \lim_{x \rightarrow a^+} h(x) < 0$$

를 만족시키는 실수 a 는 오직 $a=0$ 만 존재할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— < 보 기 > —

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄴ. 방정식 $h(x)=h(0)$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
 ㄷ. x 에 대한 방정식 $h(x)=m(x+4)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 실수 m 의 최댓값은 8이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$$\frac{S_n}{n}, |a_n|$$

중 크지 않은 값을 b_n 이라 하자. 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $b_m = b_{m+2}$ 이고 $b_{m+1} = b_{m+4}$ 인 자연수 m 이 존재한다.

(나) $b_3 + b_8 = 1$

$a_1 + m$ 의 값은? [4점]

- ① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9

단답형

16. 방정식

$$(\log_2 2x) \left(\log_2 \frac{x}{2} \right) = 35$$

를 만족시키는 자연수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. $\int_{-1}^2 (|x-1|+x) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (k+2)^2 a_k = 80, \quad \sum_{k=1}^{10} (k+1) a_k = 15$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} k^2 a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$3x^4 + 4x^3 \geq 12x^2 - k$$

이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

20. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 상수 a, b 에 대하여 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = |t-a|+b$$

일 때, 점 P는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 P는 시각 $t=k(k > 0)$ 에서 원점을 지나고, 이때 운동방향을 바꾼다.

(나) $\int_0^{2a} |v(t)| dt = 6$

$a^2 + b^2 = p + q\sqrt{2}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]

21. 네 점 $A(0, 2)$, $B(0, 1)$, $C(1, 1)$, $D(1, 2)$ 와 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선

$$y = f(k) \times 2^x$$

가 사각형 ABCD 와 만나는 점의 개수를 $g(k)$ 라 하자. 함수 $g(k)$ 가 불연속인 k 는 오직 $-1, 0, a$ ($a > 0$) 뿐일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. $x=0$ 에서 극댓값 0 을 갖는 삼차함수 $f(x)$ 와 이차함수 $g(x)$ 에 대하여

$$\{x \mid f(g(x))=0\} = \{x \mid g(f(x))=0\} = \{a, b, 0, 1\}$$

일 때, $f(2)g(2)$ 의 값을 구하시오. (단, $a < b < 0$) [4점]

제 2 교시

수학 영역(미적분)

3월 전국연합학력평가 대비

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} + 3^n}{2 \times 3^n + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 1}{2n} = 3$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n + 4n}{a_n + n^2}$ 의

값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2

수학 영역(미적분)

25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a-2b)n^2 + an + 1}{2n-1} = 5$ 를 만족시키는 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

26. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_2 = 4, a_5 = 13$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{a_{n+2}} - \sqrt{a_n})$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ 1 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 3

27. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$\frac{2}{3(n+1)^2} < \frac{1}{a_n} < \frac{6}{(3n+1)^2}$$

를 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을

S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^3}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

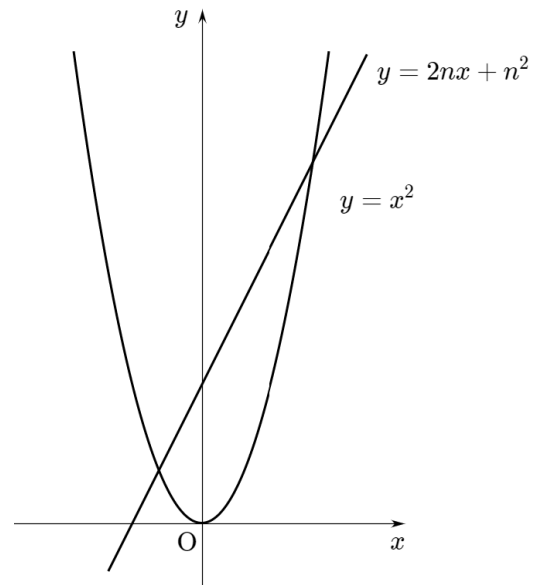
28. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=x^2$ 과 직선

$y=2nx+n^2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(n)$ 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n^a} = b$ ($b \neq 0$)일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[4점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{2}$ ④ $8\sqrt{2}$ ⑤ $10\sqrt{2}$

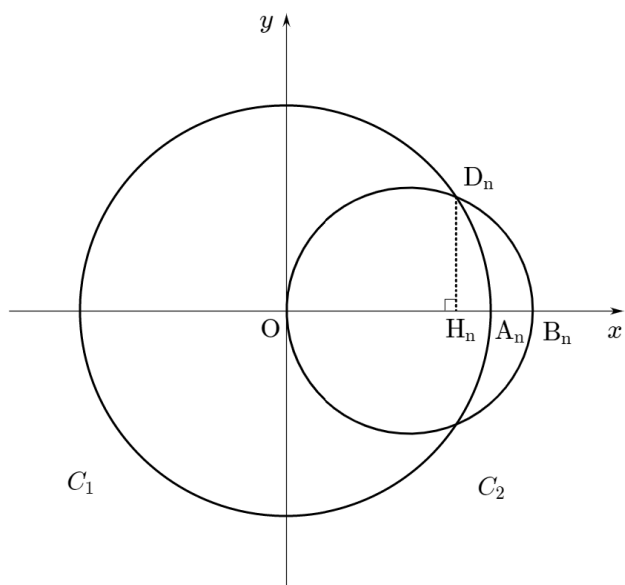


단답형

29. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 좌표평면에 두 원

$$C_1 : x^2 + y^2 = n^2, \quad C_2 : (x - r_n)^2 + y^2 = (r_n)^2$$

이 있다. 두 원 C_1, C_2 과 x 축의 교점 중 x 좌표가 양수인 점을 각각 A_n, B_n , 두 원 C_1, C_2 의 교점 중 y 좌표가 양수인 점을 D_n 이라 할 때, $\overline{B_n D_n} = \sqrt{n}$ 이다. 점 D_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n (\overline{A_n B_n} - \overline{H_n A_n}) = \frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, $r_n < n$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 실수 t 에 대하여 직선 $y = t(x+a)$ 이 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|x-a|^n + 3|x-a|}{|x-a|^n + 1} \quad (a > 3)$$

의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하고,

$$\lim_{t \rightarrow b^-} g(t) \neq \lim_{t \rightarrow b^+} g(t)$$

인 모든 b 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을

b_1, b_2, \dots, b_m 라 하자. $b_m = \frac{1}{3}$ 일 때, $f(m + b_{m-1}) = \frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, m 은 2 이상의 자연수이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.