④ $f(x)=(ax^2+bx+c)e^x$

㉮ $x=\pm\sqrt{3}$에서 극값 가진다.

→ $f'(x) = e^x(ax^2+bx+c+2ax+b)$

$= e^x(ax^2+(b+2a)x+b+c)$ — ①

$= ae^x(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3}) = ae^x(x^2-3)$

$= e^x(ax^2-3a)$ → ②

①,② 계수맞추기 $b+2a=0$ $b+c=-3a$

$b=-2a$ $-2a+c=-3a$ $c=-a$

㉯ $0\le x_1<x_2$ 임의의 두실수 x_1, x_2에 대해

$f(x_2)-f(x_1)+x_2-x_1\ge 0$ 이다.

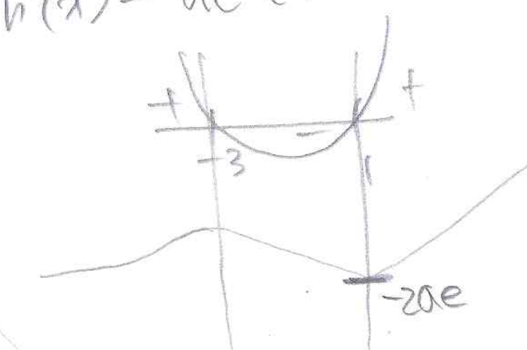
$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}+1\ge 0$ $\boxed{\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\ge -1}$

$f(x)$는 $x\ge 0$에서 연속, 미분가능이므로 평균값정리에 의해

$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=f'(c)$ 가 존재하며 $f'(c)\ge -1$ 임을 보이면 된다.

→ $f'(x)=h(x)=ae^x(x^2-3)$ 의 그래프를 그린다.

$h'(x)=ae^x(x^2-3+2x)=ae^x(x+3)(x-1)$



$f'(x)\ge -1$ 임을 보이려면 $f'(x)$의 최솟값 $-2ae\ge -1$ 임을 만족하면 된다. $\boxed{a\le\frac{1}{2e}}$

abc 최대=?

$a(-2a)(-a)=2a^3$

최댓값) $\frac{1}{4e^3}$

$k=\frac{1}{4}$ ⑤) 15